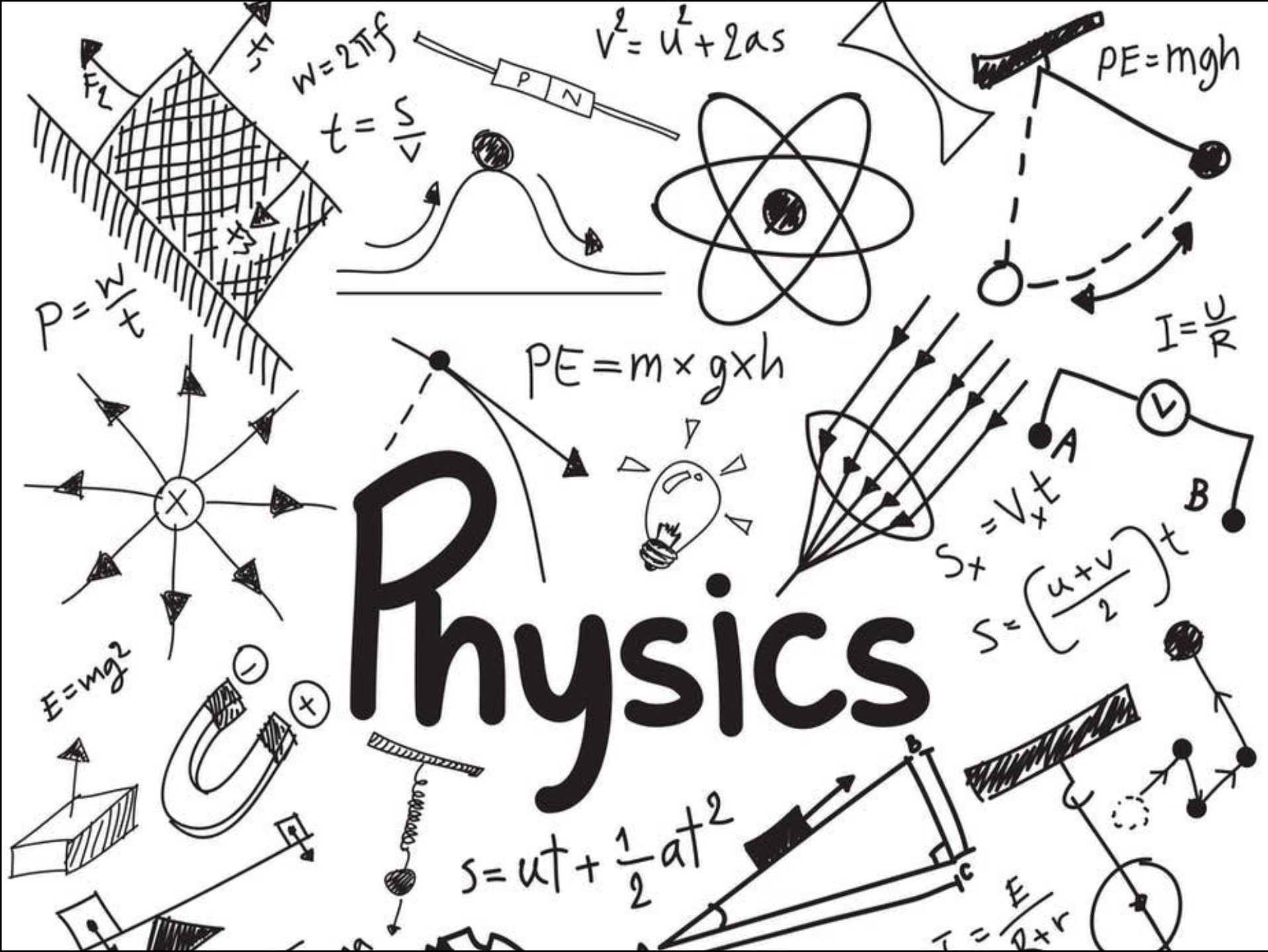
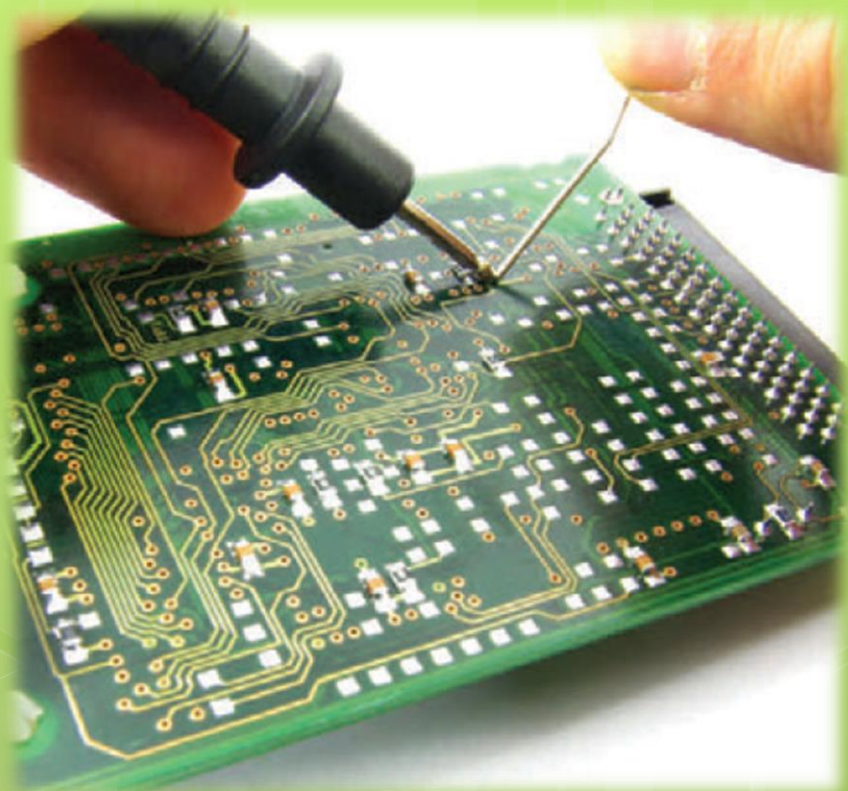


Physics



Reminder...

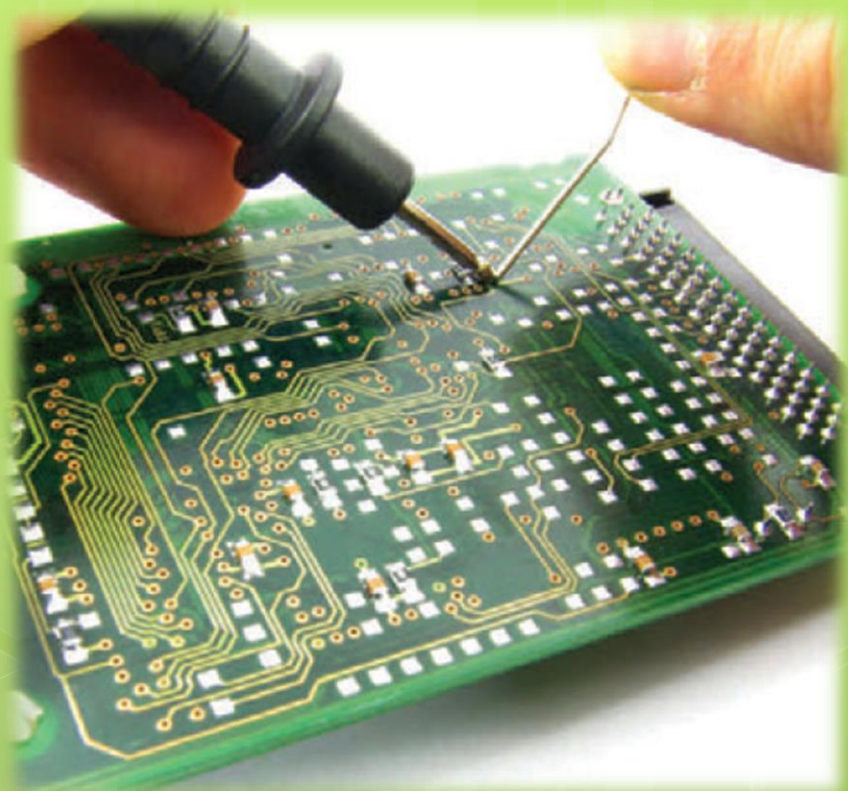
- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
 - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
 - Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- COVID attention: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Επισκευή μιας πλακέτας κυκλωμάτων ενός υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε καθημερινά αντικείμενα που περιέχουν ηλεκτρικά κυκλώματα, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων με πολύ μικρότερες πλακέτες από την εικονιζόμενη. Μεταξύ αυτών, έχουμε τα φορητά βιντεοπαιχνίδια, τα κινητά τηλέφωνα, και τις ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές. Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετάμε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα και μαθαίνουμε πώς να τα αναλύουμε.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Κυκλώματα
Συνεχούς Ρεύματος



Εικόνα: Επισκευή μιας πλακέτας κυκλωμάτων ενός υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε καθημερινά αντικείμενα που περιέχουν ηλεκτρικά κυκλώματα, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων με πολύ μικρότερες πλακέτες από την εικονιζόμενη. Μεταξύ αυτών, έχουμε τα φορητά βιντεοπαιχνίδια, τα κινητά τηλέφωνα, και τις ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές. Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετάμε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα και μαθαίνουμε πώς να τα αναλύουμε.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Συνεχούς Ρεύματος

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

◉ Εισαγωγή

- ◉ Τα κυκλώματα που θα δούμε περιέχουν τους δομικούς λίθους που συζητήσαμε ως τώρα
 - ◉ Αντιστάσεις, πυκνωτές, και πηγές διαφοράς δυναμικού (μπαταρίες)
- ◉ Στην προσπάθεια ανάλυσής τους θα μάθουμε για τους **Κανόνες του Kirchhoff**
 - ◉ Προέρχονται από την **αρχή διατήρησης της ενέργειας** και την **αρχή διατήρησης του φορτίου**
- ◉ Το ρεύμα που θα διαρρέει τα κυκλώματά μας θα είναι (αρχικά) σταθερό σε μέτρο και κατεύθυνση
- ◉ Ξεκινώντας, ας μιλήσουμε πρώτα με λίγο περισσότερη λεπτομέρεια για τον «πάροχο της ενέργειας», την μπαταρία

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Επειδή η διαφορά δυναμικού στους πόλους μιας μπαταρίας είναι σταθερή για ένα δεδομένο κύκλωμα, το ρεύμα είναι επίσης σταθερό σε μέτρο και κατεύθυνση, και λέγεται **συνεχές ρεύμα**
- Στην πραγματικότητα, η μπαταρία έχει διάρκεια ζωής
 - Ξεκινά δίνοντας μια διαφορά δυναμικού ΔV , η οποία φθίνει με την πάροδο του χρόνου
- Η μπαταρία καλείται είτε **πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης** είτε **πηγή ΗΕΔ**
 - Ορολογικό «απομεινάρι» από τις εποχές που δε γνωρίζαμε ακριβώς τι γίνεται με τα φορτία 😊
 - Συμβολίζεται με $\mathcal{E}$
 - Η **ΗΕΔ** $\mathcal{E}$ μιας μπαταρίας είναι η **μέγιστη δυνατή διαφορά δυναμικού (τάση) (ΔV)** που μπορεί να δώσει ανάμεσα στους πόλους της

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

○ Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

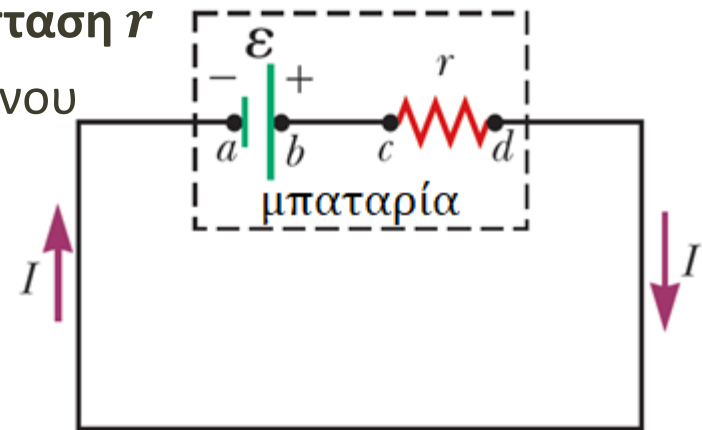
○ Στο παράδειγμα που θα ακολουθήσει θα υποθέσουμε ότι:

- Τα καλώδια ενός κυκλώματος **δεν** έχουν αντίσταση (ιδανικά)
- Ο **θετικός** πόλος της μπαταρίας είναι **υψηλότερου δυναμικού** από τον **αρνητικό**
- Το ρεύμα κινείται από τον **αρνητικό** πόλο προς το **θετικό** πόλο της μπαταρίας

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Ιδανικά, η διαφορά δυναμικού ΔV στα άκρα της μπαταρίας ισούται με την ΗΕΔ της, $\mathcal{E}$
- Στην πράξη όμως, δεν ισχύει. Γιατί;
- Μια πραγματική μπαταρία έχει κι αυτή τη δική της «αντίσταση»
 - Την ονομάζουμε **εσωτερική αντίσταση** r
 - Αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου
- Το σχήμα δείχνει ένα **μοντέλο μπαταρίας** (κουτί διακ/μένων)
- Ιδανική ΗΕΔ κι αντίσταση r σε σειρά:



$$V_d - V_a = (V_d - V_c) + (V_c - V_b) + (V_b - V_a)$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Ιδανική ΗΕΔ κι αντίσταση r σε σειρά:

$$V_d - V_a = (V_d - V_c) + (V_c - V_b) + (V_b - V_a) = \varepsilon - Ir$$

- $V_d - V_c = -Ir$, πτώση δυναμικού ($V_c = V_b > V_d = V_a$)

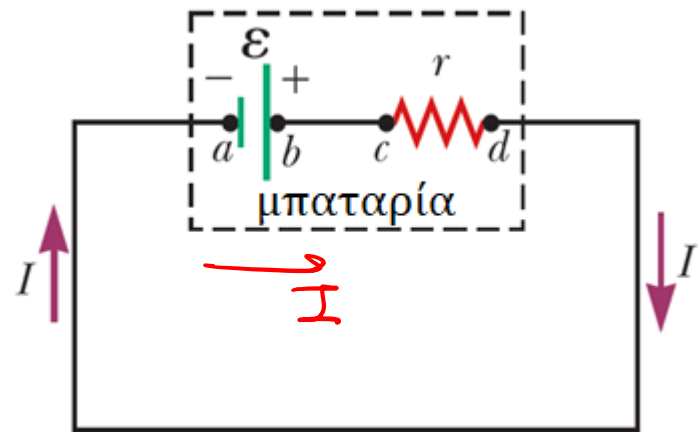
- $V_c - V_b = 0$, ιδανικό καλώδιο

- $V_b - V_a = \varepsilon$, το σημείο b είναι υψηλότερου δυναμικού από το σημείο a

- Επειδή $V_a = V_d \Rightarrow V_d - V_a = 0$

- Άρα το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$\varepsilon - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r}$$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Ας βάλουμε μια εξωτερική αντίσταση R στο κύκλωμα (που πλέον τώρα είναι διαφορετικό σε σχέση με πριν)
- Η διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης R είναι

$$V_f - V_e = -IR \quad (= V_a - V_d)$$

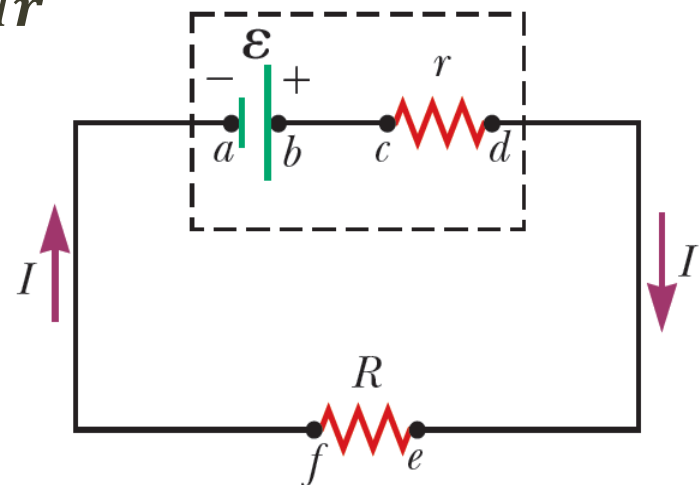
- Σύμφωνα με τη σχέση που υπολογίσαμε πριν, θα έχουμε

$$V_d - V_a = \varepsilon - Ir$$

οπότε απ' τις δυο σχέσεις

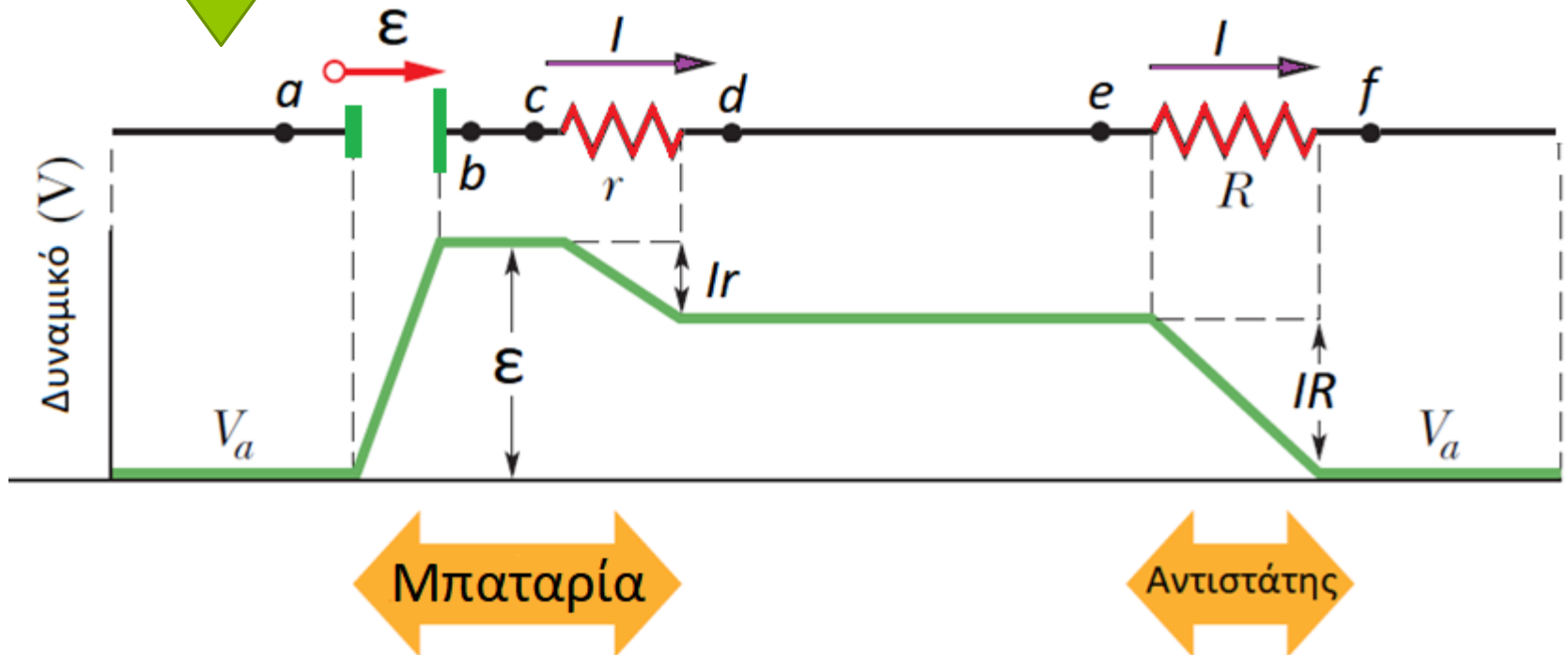
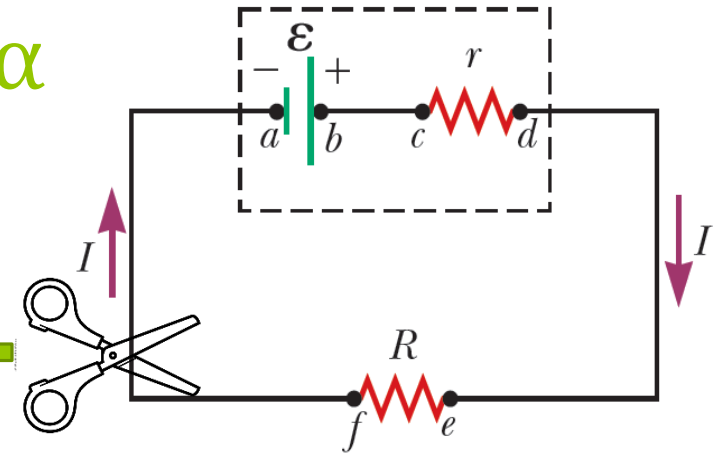
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

- Άρα πλέον το ρεύμα εξαρτάται τόσο από την R όσο κι από την r



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη



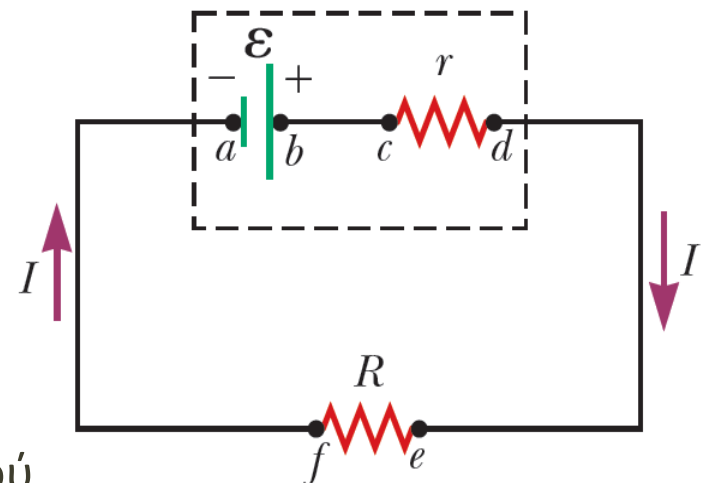
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Πολλαπλασιάζοντας με I , έχουμε

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r \Leftrightarrow P_{source} = P_R + P_r$$

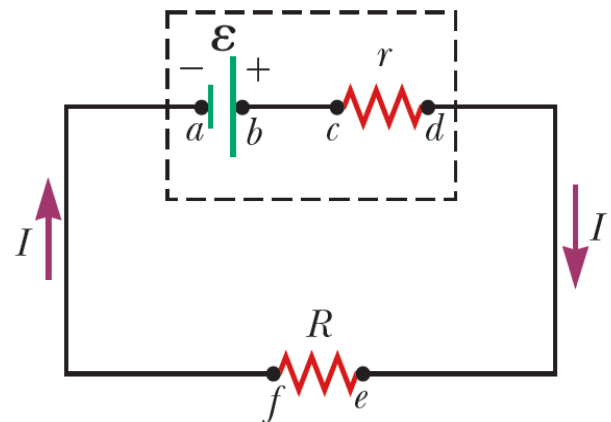
- Αυτό σημαίνει ότι η συνολική ισχύς κατανέμεται τόσο στην εξωτερική αντίσταση R όσο και στην εσωτερική αντίσταση r
- Στην πράξη, η R είναι αρκετά μεγαλύτερη από την r
 - Όσο «γερνάει» η μπαταρία τόσο μεγαλώνει η τιμή του r της
- Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μπαταρία είναι μια **πηγή σταθερής ΗΕΔ**
 - Όχι σταθερού ρεύματος
 - Όχι σταθερής διαφοράς δυναμικού



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

◉ Παράδειγμα

- ◉ Μια μπαταρία έχει ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05\ \Omega$. Οι πόλοι της συνδέονται σε μια εξωτερική αντίσταση με $R = 3\ \Omega$.
- ◉ Α) Βρείτε το ρεύμα και τη διαφορά δυναμικού της μπαταρίας
- ◉ Β) Υπολογίστε την ισχύ που λαμβάνει ο αντιστάτης, η εσωτερική αντίσταση και την ισχύ που δίνει η μπαταρία



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Παράδειγμα – Λύση:

- Μια μπαταρία έχει ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05 \Omega$. Οι πόλοι της συνδέονται σε μια εξωτερική αντίσταση με $R=3 \Omega$.

A) Βρείτε το ρεύμα και τη διαφορά δυναμικού της μπαταρίας

B) Υπολογίστε την ισχύ που λαμβάνει ο αντιστάτης, η εσωτερική αντίσταση και την ισχύ που δίνει η μπαταρία

$$A) \text{ Δείξατε πριν ότι } I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12}{3+0.05} = \frac{12}{3.05} = 3.93 \text{ A}$$

$$\text{Επίσης, } \Delta V_{\text{bat}} = \mathcal{E} - Ir = 12 - 3.93 \cdot 0.05 = 11.8 \text{ V}$$

$$B) \text{ Είναι } P_R = I^2 \cdot R = (3.93)^2 \cdot 3 = 46.33 \text{ W}$$

$$P_r = I^2 \cdot r = (3.93)^2 \cdot 0.05 = 0.77 \text{ W}$$

$$\text{Άρα } P = P_r + P_R = 47.1 \text{ W}$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- Οι Κανόνες του Kirchhoff

- Για πιο περίπλοκα κυκλώματα, ακολουθούμε κάποιους κανόνες, του λεγόμενου **κανόνες του Kirchhoff**

- 1. **Κανόνας κόμβου:** σε οποιονδήποτε κόμβο (διακλάδωση καλωδίων), το άθροισμα των ρευμάτων πρέπει να είναι **μηδέν**

$$\sum_{\text{κόμβος}} I = 0$$

- Εναλλακτικά:

$$I_{in} = I_{out}$$

Τα ρεύματα που μπαίνουν στον κόμβο έχουν θετικό πρόσημο, ενώ αυτά που βγαίνουν, αρνητικό.

- 2. **Κανόνας βρόχου:** το άθροισμα των διαφορών δυναμικού σε ένα βρόχο πρέπει να είναι μηδέν

$$\sum_{\text{βρόχος}} \Delta V = 0$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Οι Κανόνες του Kirchhoff

1. Κανόνας κόμβου:

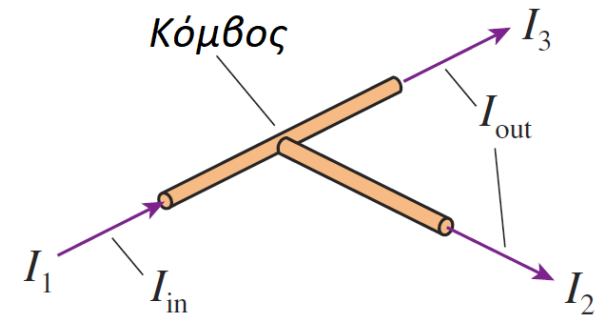
$$I_{in} = I_{out}$$

Προέρχεται από την αρχή διατήρησης του φορτίου

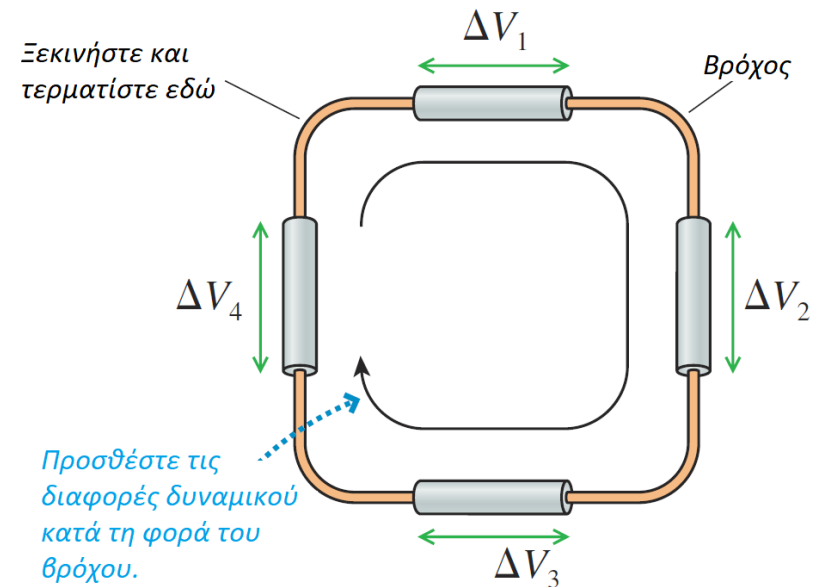
2. Κανόνας βρόχου:

$$\sum_{\text{βρόχος}} \Delta V = 0$$

Προέρχεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας



Κανόνας κόμβου: $I_1 = I_2 + I_3$



Κανόνας βρόχου: $\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 = 0$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Κανόνες προσήμου

- 1. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντιστάτη κατά τη φορά του ρεύματος είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -IR$$

- 2. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντιστάτη κατά την αντίθετη φορά του ρεύματος είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = IR$$

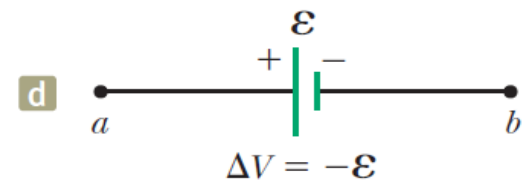
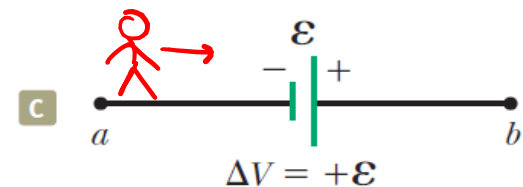
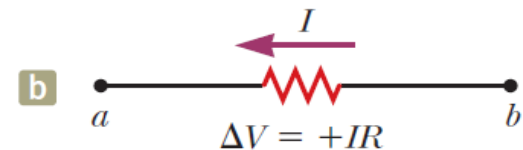
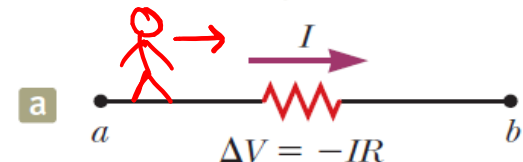
- 3. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας πηγής ΗΕΔ είναι $+\mathcal{E}$ αν τη διατρέχουμε από τα αρνητικά προς τα θετικά

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = \mathcal{E}$$

- 4. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας πηγής ΗΕΔ είναι $-\mathcal{E}$ αν τη διατρέχουμε από τα θετικά προς τα αρνητικά

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -\mathcal{E}$$

Σε κάθε διάγραμμα, $\Delta V = V_b - V_a$ και το στοιχείο κυκλώματος διατρέχεται από το a στο b , αριστερά προς δεξιά.

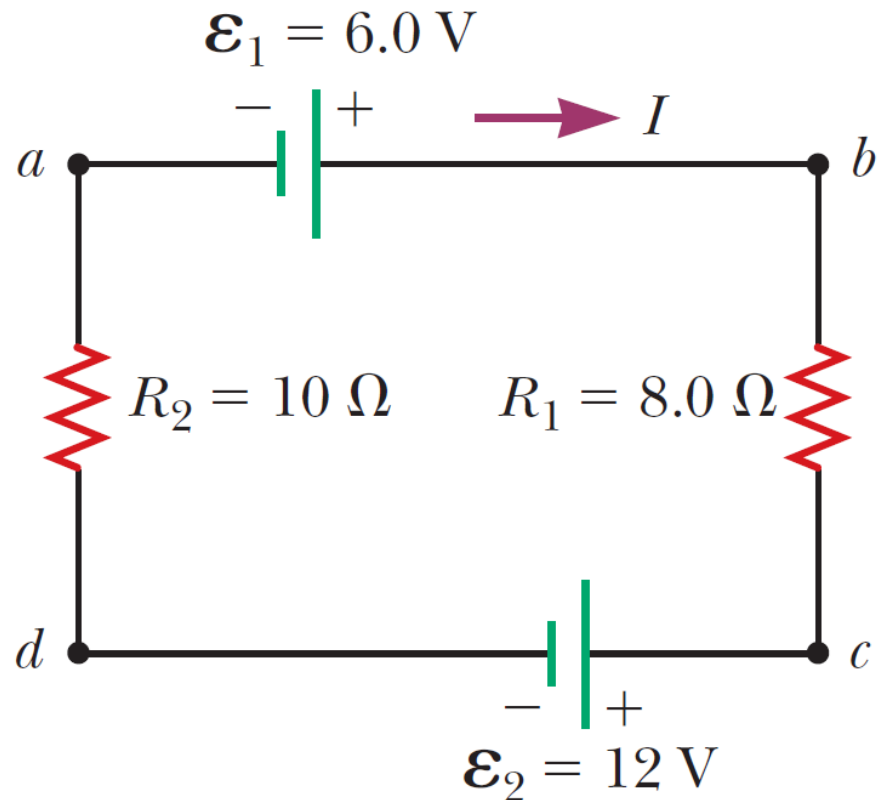


Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Παράδειγμα:

- Ένα κύκλωμα απλού βρόχου περιέχει δυο αντιστάτες και δυο πηγές όπως στο σχήμα. Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Υποθέτω ότι η φορά του
ρεύματος είναι όπως στο
σχήμα (ΤΥΧΑΙΑ)



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Παράδειγμα – Λύση:

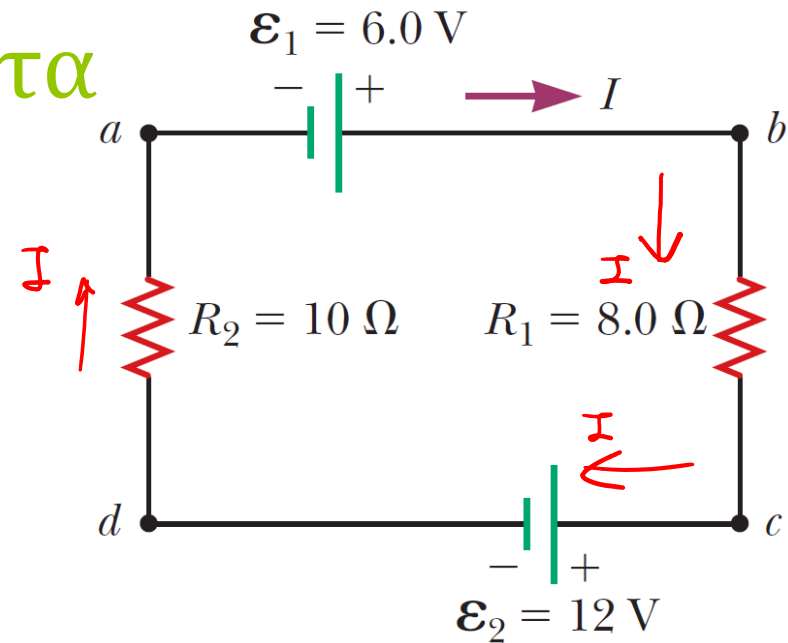
- Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Έστω ο βρόχος $abcd a$. Ισχύει ο 2ος καν. Kirchhoff:

$$\sum_{abcd a} \Delta V = 0 \Leftrightarrow +\mathcal{E}_1 - I \cdot R_1 - \mathcal{E}_2 - I R_2 = 0$$
$$6 - I \cdot 8 - 12 - I \cdot 10 = 0$$

Λίναφε ως προς I , $-6 - 18I = 0 \Leftrightarrow I = -\frac{1}{3} \text{ A}$.

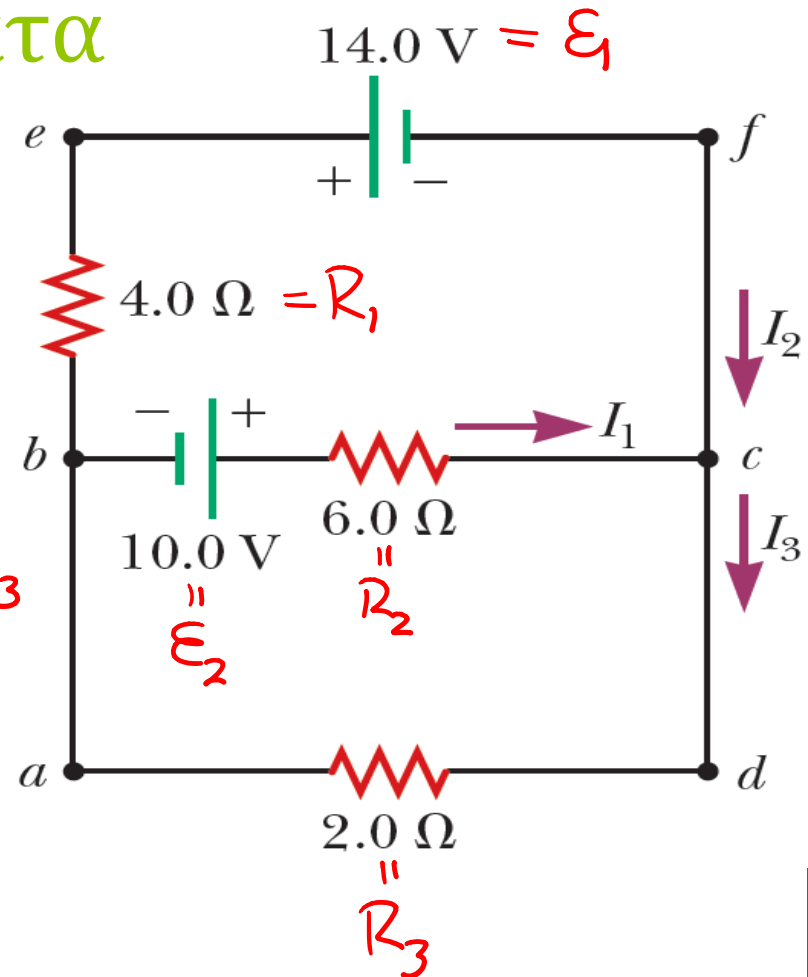
Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το ρεύμα I είναι αντίθετο φοράς από αυτή που υποθέσαμε!



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Παράδειγμα:

- Βρείτε τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 του διπλανού κυκλώματος και υπολογίστε τη διαφορά δυναμικού και την ισχύ που παραδίδεται στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης $2\ \Omega = R_3$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Παράδειγμα – Λύση:

Έστω ο κόμβος c : Ισχύει ο 1ος καν. Kirchhoff: $I_{in} = I_{out}$,
 άρα

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

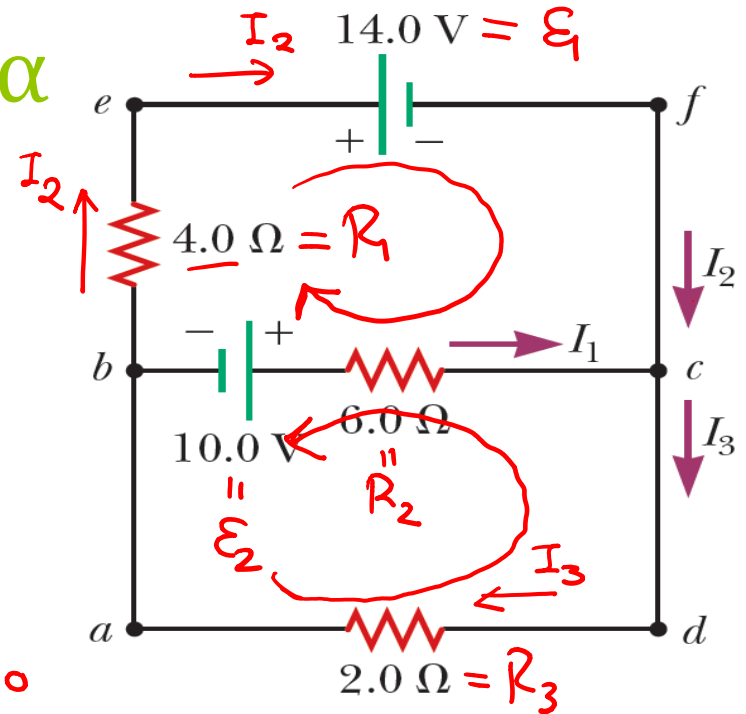
Έστω ο βρόχος $efcbe$: Ισχύει ο 2ος καν. Kirchhoff:

$$\sum_{efcbe} \Delta V = 0 \Leftrightarrow -\varepsilon_1 + I_1 R_2 - \varepsilon_2 - I_2 R_1 = 0$$

$$(2) \quad -14 + I_1 \cdot 6 - 10 - I_2 \cdot 4 = 0$$

Έστω ο βρόχος $adcb a$: Ισχύει ο 2ος καν. Kirchhoff:

$$\sum_{adcb a} \Delta V = 0 \Leftrightarrow +I_3 R_3 + I_1 R_2 - \varepsilon_2 = 0 \Leftrightarrow 2I_3 + 6I_1 - 10 = 0 \quad (3)$$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Παράδειγμα – Λύση:

Έχουμε το σύστημα 3x3:

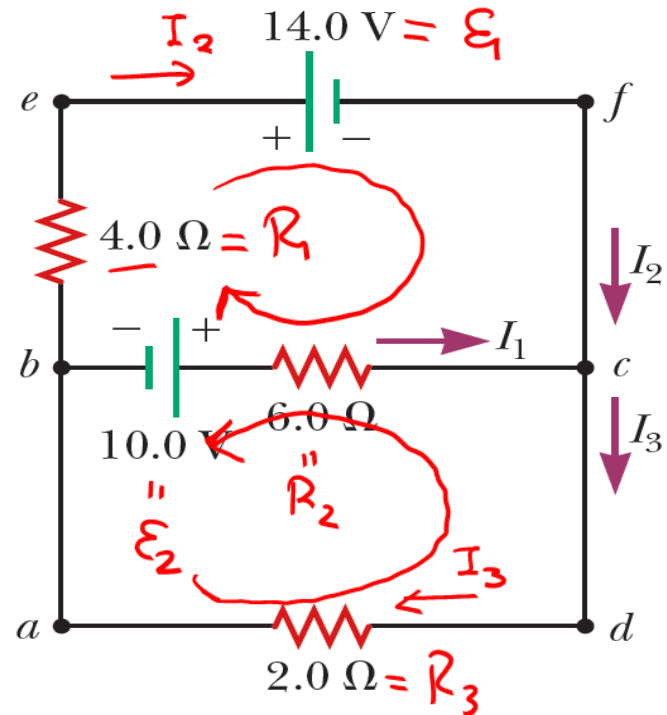
$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3 \\ -24 + 6I_1 - 4I_2 &= 0 \\ 2I_3 + 6I_1 - 10 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

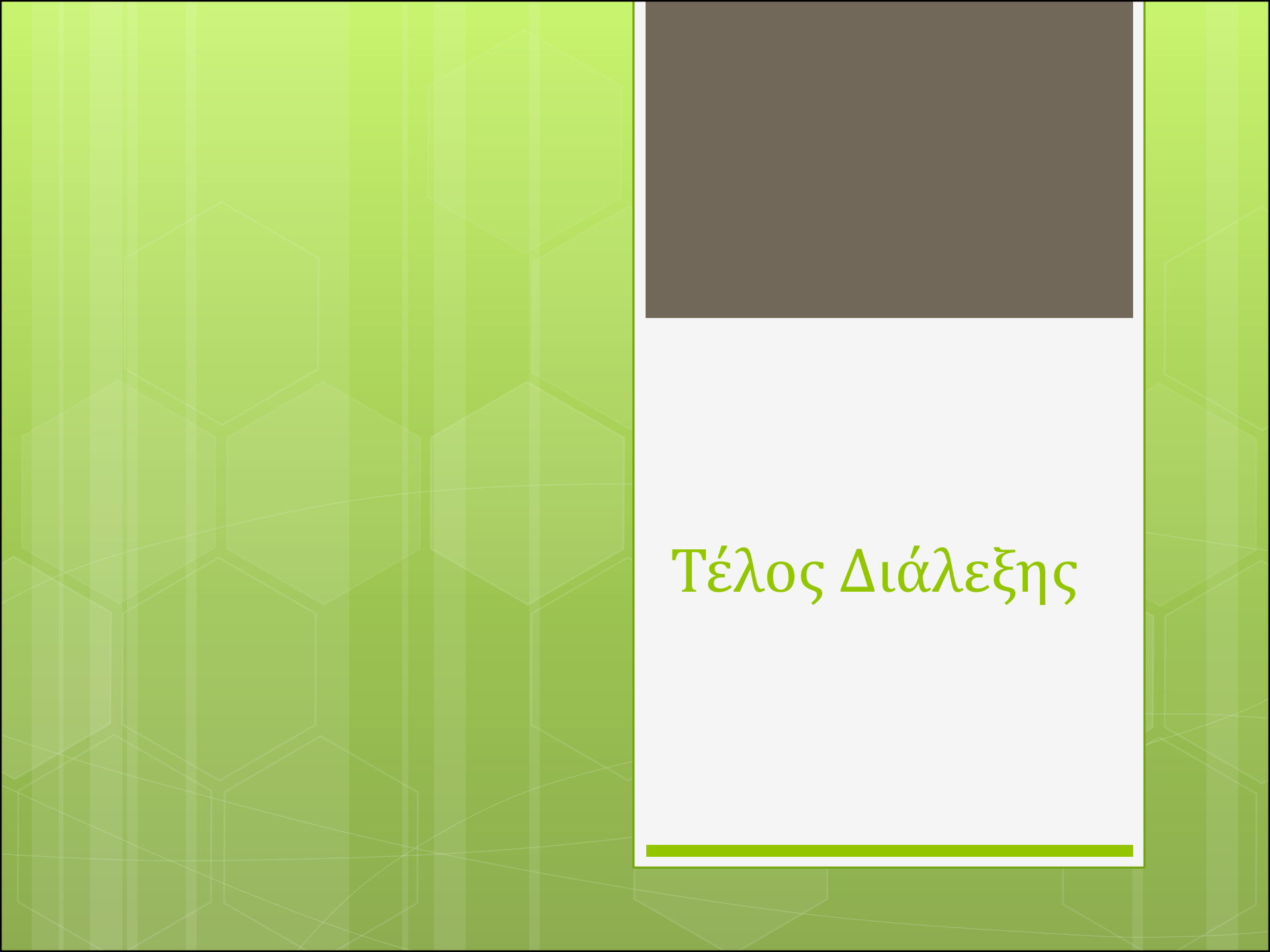
$$\Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}, I_2 = -3 \text{ A}, I_3 = -1 \text{ A}$$

Αρα τελικά

$$\Delta V_{R_3} = I_3 \cdot R_3 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ V}$$

$$P_{R_3} = I_3^2 \cdot R_3 = (1)^2 \cdot 2 = 2 \text{ W}$$





Τέλος Διάλεξης